

# 基于各向异性热扩散方程的多聚焦图像融合算法

涂超平<sup>1</sup>,肖进胜<sup>1,2</sup>,杜康华<sup>1</sup>,易本顺<sup>1</sup>

(1. 武汉大学电子信息学院,湖北武汉 430072;2. 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室,湖北武汉 430079)

**摘要:** 本文根据多聚焦图像的光学成像原理,利用各向异性热扩散方程来估计图像深度信息,并讨论一种基于深度信息提取的多聚焦图像的融合算法.算法首先对两幅多聚焦图像进行光学成像过程的模拟,分别建立正向区域的热扩散方程,通过对热扩散方程的迭代求解估计出图像场景的深度信息.然后对深度信息进行自适应的区域划分,分别得到每幅图像的清晰区域,模糊区域和中间过渡区域.最后通过提取清晰区域的像素点,融合过渡区域的像素点实现多聚焦图像的融合.理论推导和实验验证表明,本方法能够克服常用算法中出现的块效应和人工痕迹,是一种有效的图像融合算法.

**关键词:** 多聚焦;深度提取;热扩散;图像融合;分层模型

**中图分类号:** TP391Z.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)06-1192-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.06.023

## Multi-focus Image Fusion Algorithm Based on the Anisotropic Thermal Diffusion Equation

TU Chao-ping<sup>1</sup>,XIAO Jin-sheng<sup>1,2</sup>,DU Kang-hua<sup>1</sup>,YI Ben-shun<sup>1</sup>

(1. School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China;

2. State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430079, China)

**Abstract:** A method for multi-focus image fusion based on depth information extraction is discussed. Under the optical imaging principle of multi-focus image, the anisotropic thermal diffusion equation is used to estimate the image depth information. Firstly, the optical imaging of two multi-focus images is simulated and the positive thermal diffusion equation is respectively established. After iteration of thermal diffusion equation, the image scene depth information is estimated. Depth information is adaptively divided, and images are divided into three regions: clear region, fuzzy region and intermediate transition region. Finally, the result of the proposed algorithm is achieved as soon as the pixels of clear region are extracted and pixels of transition region are fused. Theoretical analysis and experiment results show that the proposed algorithm is an effective method of image fusion that can overcome the block effect and artifacts in general algorithms.

**Key words:** multi-focus; depth extraction; diffusion; image fusion; layered model

## 1 引言

光学镜头在进行光学成像的过程中,由于光学成像系统的聚焦范围有限,会使处于聚焦区域外的物体成像模糊.而多聚焦图像融合能够对聚焦区域不同的多个图像进行融合处理,合成清晰图像,改善视觉效果.目前多聚焦图像融合已在目标识别,显微成像,军事作战,机器视觉等领域得到了广泛应用.多聚焦图像融合的方法主要分为两类:基于空间域的方法和基于变换域的方法.

基于空间域的方法主要依据图像像素的空间特征信息对图像进行融合处理.由于单像素无法表示图像空间特征信息,一般采用分块的方法.这种方法对于区域

细节丰富的图像有较好的处理效果.但是对平坦区域的处理容易造成误判,分块的大小也难以选择,并且会使图像边缘出现不连续的小块,产生严重的块效应.针对这种算法的不足,2011年伊朗人 Haghghat M B A. 等人提出一种基于块分割与离散余弦变换相结合的多聚焦图像融合算法<sup>[1]</sup>.同年,高雪妮等人提出了一种基于多级分块迭代法的多聚焦图像融合算法<sup>[2]</sup>.与传统块分割的融合方法相比,这些方法的融合性能虽所提高,但却不能完全避免块效应的产生.

而基于变换域的方法则是将图像进行某种变换,然后进行融合处理.基于金字塔变换的多聚焦图像融合算法是一种经典的图像融合算法<sup>[3]</sup>,能够得到不错的融合

效果,但是处理过程复杂并且容易丢失图像细节信息.小波变换由于其良好的时域和频域局部特性以及多分辨特性在图像融合领域也有广泛应用<sup>[4]</sup>,但其有限的方向分解性并不能很好的提取出图像特征.于是,近几年多尺度几何分析的方法被人们广泛应用于多聚焦图像融合领域<sup>[5]</sup>,如脊波(ridgelet)变换是一种非自适应的高维函数表示方法,对含直线奇异的多变量函数能够达到最优的逼近阶;曲线波(curvelet)<sup>[6]</sup>变换能够很好的对封闭曲线进行逼近;轮廓波(contourlet)<sup>[7,8]</sup>变换继承了 curvelet 变换的各向异性尺度关系;剪切波(shearlet)<sup>[9]</sup>变换在频率域上具有紧支撑性,局部特性较好.基于频域的方法很大程度上可以解决空间域算法中块效应的问题,但是它无法直接提取多聚焦源图像中的清晰像素点,需要通过反变换来进行融合图像的重构,对源清晰图像的信息保留较少,并且会因为多尺度下对应融合系数的来源不一致而产生伪 Gibbs 现象,使处理后的图像边缘出现虚假轮廓,纹理等人工效应.

为了使多聚焦图像在融合过程中尽可能多的保留源图像清晰区域的信息,同时抑制块效应和人工效应.根据图像的光学成像原理,成像的清晰和模糊程度由成像物体的距离和焦距决定的.受此启发,本文对场景重建中的利用热扩散方程提取图像深度信息的方法进行改进,并用于多聚焦图像的融合算法中,提出一种基于各向异性热扩散方程深度信息提取的多聚焦图像融合算法.该算法从图像光学成像系统入手,建立成像的空间点扩散模型,通过各向异性热扩散方程进行图像深度信息的估计,利用深度信息确定聚焦区域和散焦区域,然后分别提取各自区域中清晰的像素点,融合边缘过渡区域的像素点得到最终的清晰图像.从实验结果上看,本算法不仅具有广泛的适用性,而且能够得到较好的融合效果.

## 2 图像光学成像模型和各向异性热扩散方程

### 2.1 图像的光学成像模型分析

在光学成像系统中,场景光线经过镜头的聚焦在成像平面上成像,如果物体不在镜头聚焦区域内,那么它就会在成像平面上形成一个散焦的弥散圈,表现在图片上就是图像模糊的效果.图像的光学成像系统的原理如图 1 所示:

其中, $F$ 是焦点, $f$ 是焦距, $A$ 是聚焦物体, $B$ 是非聚焦物体, $C$ 是成像平面, $AC$ 是物体 $A$ 上的点在成像平面上的成像, $BC$ 是物体 $B$ 上的点在成像平面上的成像(图中的黑色线段), $v$ 是像距, $u$ 是物距(表达的是图像的深度信息).他们之间满足的光学方程为:

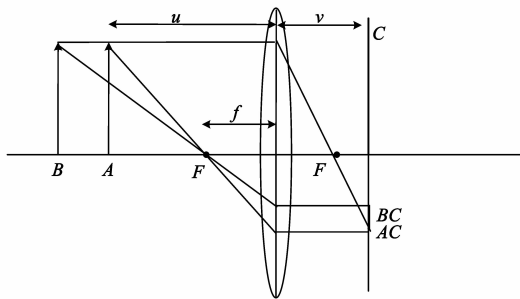


图1 图像的光学成像原理图

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u} \quad (1)$$

由于光学成像系统是一个无损的系统,光线扩散到弥散圈内的总能量和其本身的能量相等.在聚焦区域内,物体上每个点的能量经过光学镜头后都是集中在一点上(如 $AC$ );而在聚焦区域外,物体上每个点的能量经过光学镜头后会扩散到一个弥散圈内(如 $BC$ ),不同点形成的弥散圈会相互叠加,因此最终成像后会使得聚焦区域外的物体变得模糊.光学上,弥散圈内的强度分布为空间点扩散函数(PSF)<sup>[10]</sup>,数学上表示为 $h$ .因此,图像的光学成像模型可以表示为:

$$I(y) = \int_{\mathbb{R}} h(y, x, b) r(x) dx, \forall y \in \Omega \subset \mathbb{R} \quad (2)$$

其中, $h(y, x, b)$ 是空间点扩散函数, $b$ 是图像弥散圈的模糊半径, $y$ 是图像坐标, $x$ 是场景空间坐标. $r(x)$ 表示的是物坐标为 $x$ 的地方的亮度辐射函数. $I(y)$ 是图像坐标为 $y$ 处的像素值.在本算法中,用高斯函数来模拟这个空间点扩散函数,即:

$$h(y, x, b) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\|x-y\|^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

图像的模糊度 $\sigma = \gamma b$ , $\gamma$ 是相机标定参数,而弥散圈的模糊半径 $b$ 可以由式(4)计算得到:

$$b = \frac{Dv}{2} \left| \frac{1}{f} - \frac{1}{v} - \frac{1}{s} \right| \quad (4)$$

其中 $D$ 是镜头半径, $f$ 是图像焦距, $v$ 是像距, $s$ 是图像深度信息,在图像坐标上可表示为 $g(y)$ .

### 2.2 基于各向异性热扩散方程的多聚焦图像深度信息提取

图像处理的偏微分方程方法(PDE)自 20 世纪 90 年代提出后,在图像处理领域迅速发展,广泛运用于图像去噪,增强,分割,复原等领域<sup>[11]</sup>.而利用多聚焦图像建立热扩散方程来恢复图像场景的三维信息也成为图像处理领域的热点问题.

图像的深度信息作为图像场景的重要信息,基本上决定了图像聚焦区域的范围,也就造成了处在不同深度处的物体会在图片上清晰成像或者出现不同程度的模糊,因此通过恢复场景的深度信息能够确定图像

的聚焦范围,根据聚焦范围确定不同位置处的图像模糊度,从而进行不同层次的图像融合,最后合成清晰图像.

利用多聚焦图像进行深度信息的提取是图像处理领域非常重要的技术,2001年,Ziou等人提出了一种利用 Hermite 多项式的局部图像分解技术得到两幅图像模糊程度变化从而估计深度信息<sup>[12]</sup>;2003年,Favaro等人利用泊松分布作为点扩散函数,以信息散度作为优化的标准,通过交替迭代深度和纹理来获得物体深度信息<sup>[13]</sup>;2004年,Rajagopalan等人在一个预先平滑的 Markov 随机场中进行建模模拟退火算法得到深度<sup>[14]</sup>;2005年,Favaro等人在高斯分布的假设下利用估计图像和实际图像间的差的最小二乘作为优化标准求取深度<sup>[15]</sup>.

基于热扩散理论的深度信息提取是2008年由 Favaro 等人提出的一种利用物理模型来模拟图像光学成像系统的深度提取算法<sup>[16]</sup>,该理论主要是将图像模型  $I(\mathbf{y})$  看作是场景的亮度辐射函数  $r(\mathbf{x})$  经过光学镜头后在空间点扩散函数  $h(\mathbf{y}, \mathbf{x}, b)$  作用下的强度的重新分布.

对于两幅不同聚焦的图像  $I_1(\mathbf{y}), I_2(\mathbf{y})$ , 假设其聚焦位置分别为  $v_1, v_2$  根据式(4)可计算得到其图像模糊度参数分别为  $\sigma_1, \sigma_2$ . 因此根据两幅不同聚焦的图像有不同的模糊度,可以将其中一幅图像看成是另外一幅图像经过空间热扩散得到的,这种扩散过程在图像中就表现为一种由清晰到模糊的变化过程<sup>[17]</sup>. 对于两幅图像之间的相对模糊度之间的关系,可以用如下方程来描述:

$$\begin{aligned} I_2(\mathbf{y}) &= \int \frac{1}{2\pi\sigma_2^2} e^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|^2}{2\sigma_2^2}} r(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &= \int \frac{1}{2\pi\Delta\sigma^2} e^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|^2}{2\Delta\sigma^2}} I_1(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $\Delta\sigma^2 = \sigma_2^2 - \sigma_1^2$ , 是图像  $I_1(\mathbf{y})$  和  $I_2(\mathbf{y})$  之间的相对模糊度.

将整个图像的区域记作  $\Omega$ , 其中  $I_1(\mathbf{y})$  比  $I_2(\mathbf{y})$  清晰的区域  $\Delta\sigma^2 > 0$ , 记为  $\Omega_+$ ,  $I_2(\mathbf{y})$  比  $I_1(\mathbf{y})$  清晰的区域  $\Delta\sigma^2 < 0$ , 记为  $\Omega_-$ . 则  $t=0$  时刻  $\Omega_+$  区域中, 图像  $I_1(\mathbf{y})$  经过  $\Delta t$  时间扩散为  $I_2(\mathbf{y})$ ,  $t=0$  时刻  $\Omega_-$  区域中, 图像  $I_2(\mathbf{y})$  的经过  $\Delta t$  时间扩散为  $I_1(\mathbf{y})$ . 然后对两幅图像分别建立相对正扩散的热扩散方程.

$$\begin{cases} \frac{\partial u(\mathbf{y}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot (c(\mathbf{y}) \nabla u(\mathbf{y}, t)) \\ u(\mathbf{y}, 0) = I_1(\mathbf{y}), \mathbf{y} \in \Omega_+, t \in (0, \infty) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u(\mathbf{y}, t)}{\partial t} = \nabla u \cdot (-c(\mathbf{y}) \nabla u(\mathbf{y}, t)) \\ u(\mathbf{y}, 0) = I_2(\mathbf{y}), \mathbf{y} \in \Omega_-, t \in (0, \infty) \end{cases} \quad (7)$$

$$u(\mathbf{y}, \Delta t) = \begin{cases} I_2(\mathbf{y}), & \forall \mathbf{y} \in \Omega_+ \\ I_1(\mathbf{y}), & \forall \mathbf{y} \in \Omega_- \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $\nabla$  是梯度算子  $\left[ \frac{\partial u}{\partial y_1}, \frac{\partial u}{\partial y_2} \right]^T$ ,  $\nabla \cdot$  是散度算子  $\sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial y_i}$ ,  $c(\mathbf{y})$  是对应点处的热扩散系数, 表示图像模糊度的变化率, 结合图像模糊度的计算公式和式(4)可以计算得到热扩散系数的表达式为:

$$\begin{aligned} c(\mathbf{y}) &= \frac{\Delta\sigma^2}{2\Delta t} = \frac{\gamma^2 D^2}{8\Delta t} \left( v_2^2 \left( \frac{1}{f} - \frac{1}{v_2} - \frac{1}{s} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - v_1^2 \left( \frac{1}{f} - \frac{1}{v_1} - \frac{1}{s} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (9)$$

在求解该热扩散方程的时候, 需要初始化一个热扩散系数  $c(\mathbf{y})$ , 而  $c(\mathbf{y})$  的计算与图像深度值  $s$  有关. 因此该算法先对图像中的每个点初始化一个深度值, 然后通过方程的迭代求解和深度值的不断修正使方程的解趋近与式(8)所示的理想解.

该算法中初始的热扩散系数设为零, 此时由(9)可计算得到图像的初始深度值为:

$$s_0 = \frac{(v_1 + v_2)f}{v_1 + v_2 - 2f} \quad (10)$$

式(10)所示的深度初始化是用一个固定的深度平面来估计整幅图像的深度信息, 不能够很好的反应场景的真实信息. 初始化的不准确, 会使得后面的模拟过程需要经过长时间的迭代才能达到收敛, 甚至有的点无法收敛. 因此我们提出一种自适应的深度信息初始化, 对图像中的每个点估计出不同的初始深度信息, 以此来改进热扩散的模拟过程. 初始的深度信息的计算如下式:

$$s'_0 = \left( \frac{1}{f} - \frac{1}{v_2 - v_1} - \frac{1}{|v_2 - v_1| \sqrt{\left| 1 + \frac{4\Delta\sigma^2}{\gamma^2 D^2} \cdot \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \right|}} \right)^{-1} \quad (11)$$

其中  $\Delta\sigma^2$  根据两幅图像中对应点的相对清晰度计算得到, 这样我们就对图像中每个位置初始化了不同的深度值.

每次迭代求解出来的热扩散方程的模拟结果和理想值之间有一个误差, 该误差就是热扩散方程迭代的代价函数. 因此由各向异性热扩散方程来估计图像深度信息的问题就变成了一个如下所示的泛函能量最小化的问题.

$$\hat{s} = \arg \min_s (E_1(s) + E_2(s) + E_3(s)) \quad (12)$$

其中,  $E_1(s)$  和  $E_2(s)$  是所求解和真实值之间的保真项, 表示如下:

$$E_1(s) = \int H(c(\mathbf{y})) | u(\mathbf{y}, \Delta t) - I_2(\mathbf{y}) |^2 d\mathbf{y} \quad (13)$$

$$E_2(s) = \int H(-c(\mathbf{y})) | u(\mathbf{y}, \Delta t) - I_1(\mathbf{y}) |^2 d\mathbf{y} \quad (14)$$

式(13)和式(14)确保了所求解和真实值之间的保真度,但是为了能够使其收敛到一个最优解,需要加入一个正则约束项.本算法用 Tikhonov 正则项来约束上述代价函数,则引入的正则约束项的表达式如下:

$$E_3(s) = \alpha \|\nabla s\|^2 + \alpha\kappa \|s\|^2 \quad (15)$$

其中  $\alpha$  和  $\kappa$  是正则化参数,用来控制正则化修正的强度.为了求上述泛函代价函数的最小值,我们采用梯度下降法.首先构造出深度  $s$  关于虚拟时间  $\tau$  的梯度流,使得深度  $s$  沿着代价函数梯度的反方向移动,表示为:

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} = -(E'_1(s) + E'_2(s) + E'_3(s)) \quad (16)$$

对于上述各式的梯度求解,考虑到  $E_1(s)$  和  $E_2(s)$  都有关于热扩散系数  $c(\mathbf{y})$  的阶跃函数,因此我们用微分的链式法则来求  $E_1(s)$  和  $E_2(s)$  的梯度  $E'_1(s)$  和  $E'_2(s)$ ,计算表达式如下:

$$E'_1(s) = \left( -2H(c(\mathbf{y})) \int_0^{\Delta t} \nabla u(\mathbf{y}, t) \cdot \nabla w_1(\mathbf{y}, \Delta t - t) dt + \delta(c(\mathbf{y}))(u(\mathbf{y}, \Delta t) - I_2(\mathbf{y}))^2 \right) \cdot c'(s) \quad (17)$$

$$E'_2(s) = \left( 2H(-c(\mathbf{y})) \int_0^{\Delta t} \nabla u(\mathbf{y}, t) \cdot \nabla w_2(\mathbf{y}, \Delta t - t) dt + \delta(c(\mathbf{y}))(u(\mathbf{y}, \Delta t) - I_1(\mathbf{y}))^2 \right) \cdot c'(s) \quad (18)$$

$$E'_3(s) = -2\alpha\Delta s + 2\alpha\kappa s \quad (19)$$

上述各式中,  $H(\cdot)$  表示 Heaviside 函数(单位阶跃函

数),  $\delta(\cdot)$  表示 Dirac 函数(单位冲激函数).  $c'(s)$  是热扩散系数的梯度值,由式(9)可以计算得到为:

$$c'(s) = \frac{\gamma^2 D^2 (v_2 - v_1)}{4s^2 \Delta t} \left[ (v_1 + v_2) \cdot \left( \frac{1}{F} - \frac{1}{s} \right) - 1 \right] \quad (20)$$

而式中的  $w_1$  和  $w_2$  由下面的伴随抛物线方程确定:

$$\begin{cases} \frac{\partial w_1(\mathbf{y}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot (c(\mathbf{y}) \nabla w_1(\mathbf{y}, t)) & , t \in (0, \infty) \\ w_1(\mathbf{y}, 0) = I(\mathbf{y}, \Delta t) - I_2(\mathbf{y}) & , \forall \mathbf{y} \in \partial\Omega_+ \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial w_2(\mathbf{y}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot (-c(\mathbf{y}) \nabla w_2(\mathbf{y}, t)) & , t \in (0, \infty) \\ w_2(\mathbf{y}, 0) = I(\mathbf{y}, \Delta t) - I_1(\mathbf{y}) & , \forall \mathbf{y} \in \partial\Omega_- \end{cases} \quad (22)$$

通过求解上述伴随抛物线热扩散方程<sup>[16]</sup>就可以得到最终修正后的图像深度值.

### 3 基于深度信息提取的多聚焦图像融合

本文提出的基于各向异性热扩散方程的多聚焦图像融合的基本思路是首先利用各向异性热扩散方程提取出图像深度信息,然后根据深度信息分别获取两幅图的聚焦区域以及他们之间的中间过渡区域,最后分别提取出两幅图像聚焦区域中的清晰像素,对中间过渡区域进行简单的加权融合处理,得到最终的融合图像.本文算法的具体流程图如下:

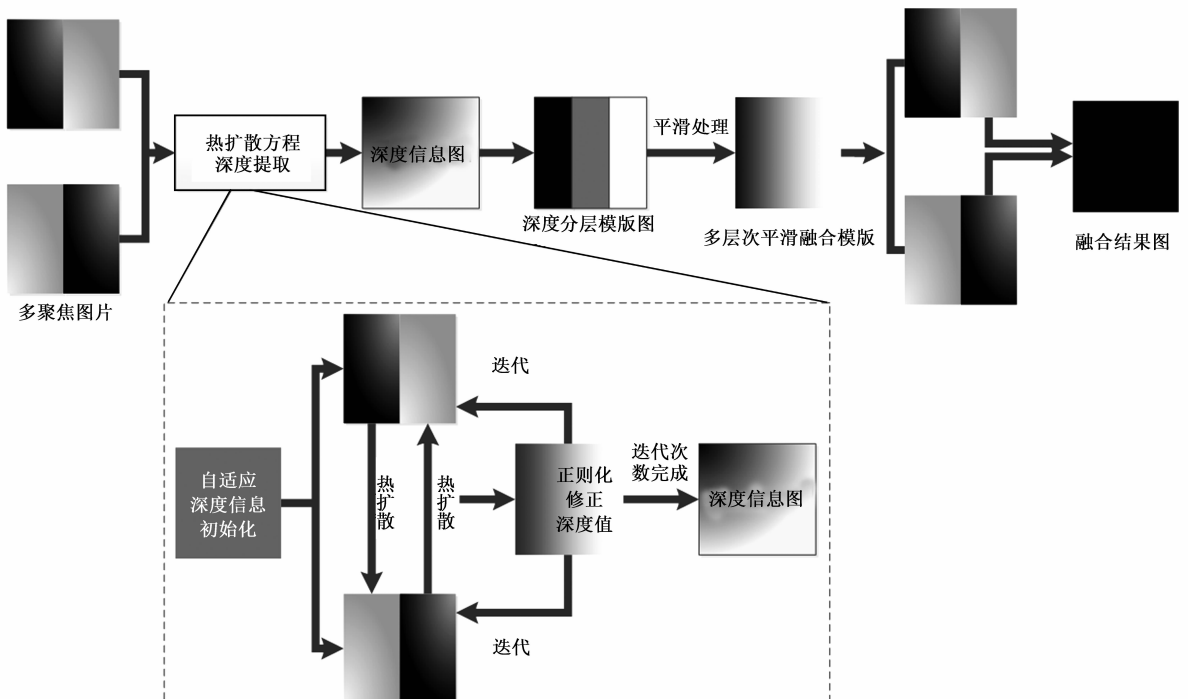


图2 本算法整体流程图

本算法主要步骤包括:

(1)对输入的多聚焦源图像  $I_1(\mathbf{y}), I_2(\mathbf{y})$  进行自适应的深度信息初始化和基于热扩散方程的深度图估计,得到较为准确的图像深度信息  $s$ .

(2)根据图像的深度信息按照下式分别确定两幅图的聚焦区域,得到初步的图像融合模版.

$$M(i, j) = \begin{cases} 1, & s < \text{Th\_low} \\ 0, & s > \text{Th\_high} \\ \frac{s - \text{Th\_low}}{\text{Th\_high} - \text{Th\_low}}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

其中  $M(i, j)$  是像素  $(i, j)$  处的图像融合权值, 1 表示提取多聚焦原图  $A$  的聚焦区域, 0 表示提取多聚焦原图  $B$  的聚焦区域, 其他表示中间过渡区域;  $\text{Th\_low}, \text{Th\_high}$  是两个判别阈值, 其计算公式如下所示:

$$\begin{cases} \text{Th\_low} = s_{\text{avg}} - \frac{s_{\text{max}}}{s_{\text{avg}}} \\ \text{Th\_high} = s_{\text{avg}} + \frac{s_{\text{max}}}{s_{\text{avg}}} \end{cases} \quad (24)$$

其中  $s_{\text{avg}}$  是深度图的平均像素值,  $s_{\text{max}}$  是深度图的最大像素值.

(3)由于图像场景变化的连续性及图像深度的多层次性, 图像在聚焦区域中心会逐渐向外扩散为散焦区域, 因此根据上一步中得到的初步融合模版, 我们对其过渡区域进行如下式所示的平滑后处理, 得到更为连续的多层次融合模版图.

$$M_s(i, j) = M(i, j) * G_{rs} \quad (25)$$

其中  $G_{rs}$  是一个小窗口的双边滤波核函数, 能够确保在平滑边缘融合权值的同时保持图像边缘的结构和细节信息, 同时为了提高计算效率, 我们采用一种快速的双边滤波算法<sup>[18]</sup>; 而  $M_s(i, j)$  表示平滑后的融合权值.

(4)最后根据平滑的多层次融合模版图按式(26)进行多聚焦图像的融合. 为了保证融合处理后的图像尽可能多的保留源图像的像素信息, 本文算法直接在 RGB 空间(彩色图像)或灰度空间(灰度图像)进行融合处理.

$$\text{Fusion}^k(i, j) = I_a^k(i, j) \cdot M_s(i, j) + I_b^k(i, j) \cdot (1 - M_s(i, j)) \quad (26)$$

其中,  $k = R, G, B$  or Gray, 其中 R, G, B 分别是彩色图像的三个通道, Gray 是灰度图像的一个通道.  $\text{Fusion}^k(i, j)$  是各通道数据最后的融合结果. 下面通过实验对本文算法进行验证和分析.

## 4 实验结果及对比分析

针对本文提出的算法, 我们实现了多组多聚焦图片的实验结果, 并且选择当前比较流行和经典的算法

进行对比, 不仅从主观角度分析了与对比算法的优劣, 还测试了大量客观指标的数据进行对比.

### 4.1 主观评价

本文选取的主观对比算法主要有: DCT(块分割和 DCT 变换结合)<sup>[1]</sup>; SIDWT(基于移不变小波算法)<sup>[4]</sup>; NSCT(基于非采样轮廓波的算法)<sup>[7]</sup>; DTCWT(基于双树复小波变换的算法)<sup>[19]</sup>. 本文选用 clock, book, pesi, lab 四组分别聚焦与背景和前景的图, 进行多聚焦图像的融合. 下面图 3 为本文算法中间结果和最终效果同其他算法主观效果的对比. 为了体现具体效果差异细节, 图 4 中将各算法部分图片的融合结果和原聚焦图像的差别图也进行了对比.

由以上效果对比结果可以看出, 块分割和 DCT 结合的算法在处理大多数图像的时候都会出现了明显的块效应, 在处理 book 组图像时会出现边缘模糊的情况; 而 SIDWT 的算法, NSCT 的算法以及 DTCWT 算法都会出现不同程度的虚假边缘和光晕伪影, 并且由于没有直接提取源图像中的清晰像素, 清晰区域与原图像有较大差异. 本文算法不仅克服传统空间域算法中经常出现的块效应, 并且基本不会产生虚纹理和伪影, 整幅图像轮廓和边缘清晰, 主观效果最佳.

同时由于本文算法尽可能多的保留源图像的像素信息, 因此图像和原图中清晰区域的像素差异最小. 具体差别可见图 4 黑色线框标记的部分, 各对比算法在轮廓边缘处都和原图聚焦处(清晰处)有明显的差异, 而本文算法差异最小.

### 4.2 客观评价

对于客观指标的选取, 由于不存在标准图像, 因此我们采用信息熵(EI), 互信息量(MI), 边缘强度(Edge), 空间结构相似度( $Q^{ABF}$ )四个指标来评价实验结果.

(1)信息熵 EI 是衡量图像包含的信息量丰富程度的一个重要指标, 被定义为:

$$\text{EI} = - \sum_{i=0}^{L-1} P(i) \log_2 P(i) \quad (27)$$

式(27)中, ( $L$  为图像所具有的灰度级,  $P(i)$  表示图像灰度的概率密度分布). 融合图像熵值越大, 表示其包含的信息量越多, 融合质量越好.

(2)互信息量 MI 被定义为:

$$\text{MI} = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L P_{RF}(i, j) \log_2 \frac{P_{RF}(i, j)}{P_R(i)P_F(j)} \quad (28)$$

式中, ( $P_{RF}(i, j)$  表示图像  $R, F$  灰度的联合概率密度分布,  $P_R(i)$  和  $P_F(i)$  分别表示图像  $R, F$  中灰度的概率密度分布). 互信息量 MI 越大, 意味着融合图像从原图像中继承的信息就越多, 融合效果越理想.

(3)边缘强度 Edge 被定义为:



(a) 从左至右依次为: book组图聚焦前景, 聚焦背景, 深度图, 模版图



(b) 从左至右依次为: book组图 DCT, SIDWT, NSCT, DTCWT, 本文算法效果



(c) 从左至右依次为: lab组图聚焦前景, 聚焦背景, 深度图, 模版图



(d) 从左至右依次为: lab组图 DCT, SIDWT, NSCT, DTCWT, 本文算法效果

图3 book, lab组图像测试效果对比



(a) 从左至右依次为book组图DCT, SIDWT, NSCT, DTCWT, 本文算法



(b) 从左至右依次为lab组图DCT, SIDWT, NSCT, DTCWT, 本文算法

图4 book, lab组图像融合结果和原聚焦背景图的差别图对比

$$\text{Edge} = \frac{1}{M * N} \sum_{x=0}^M \sum_{y=0}^N \sqrt{\left( \iint_{\Omega} I(x, y) W(x, y) \right)^2 + \left( \iint_{\Omega} I(x, y) W(y, x) \right)^2} \quad (29)$$

式(29)中,  $(M, N)$  为图像宽和高,  $I(x, y)$  为像素点的值,  $W(x, y)$  为 sobel 算子的值,  $\Omega$  为  $3 \times 3$  矩阵。边缘强度值越大表示融合图像越多的保留了源图像边缘信

息, 融合的效果越好。

(4) 空间结构相似度  $Q^{ABF}$  被定义为:

$$Q^{ABF}(m, n) = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (Q^{AF}(m, n) w^A(m, n) + Q^{BF}(m, n) w^B(m, n))}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (w^A(m, n) + w^B(m, n))} \quad (30)$$

式中, ( $Q^{AF}$  和  $Q^{BF}$  分别为从源图像  $A$  和  $B$  到融合图像  $F$  的边缘信息保留值, 权值  $w^A(m, n)$  和  $w^B(m, n)$  通常为一个关于边缘强度的函数).  $Q^{ABF}$  值越大表示融合图像越多的保留了源图像中的边缘, 方差等结构化信息. 表 1 是不同算法融合结果的客观指标.

表 1 不同算法客观指标对比

		DCT	SIDWT	NSCT	DTCWT	本文
Clock	EI	7.311	7.379	7.383	7.389	7.312
	MI	8.926	6.736	6.686	6.574	8.851
	Edge	39.250	39.225	38.566	40.787	39.122
	$Q^{ABF}$	0.721	0.700	0.675	0.668	0.725
Book	EI	7.204	7.289	7.353	7.298	7.215
	MI	8.617	6.965	6.992	6.923	9.254
	Edge	53.150	52.495	53.776	54.397	54.190
	$Q^{ABF}$	0.715	0.681	0.689	0.682	0.731
Pesi	EI	7.126	7.121	7.123	7.131	7.114
	MI	8.671	6.605	6.895	6.595	8.740
	Edge	43.538	43.555	43.483	45.213	43.485
	$Q^{ABF}$	0.785	0.744	0.754	0.757	0.787
Lab	EI	6.965	7.051	7.040	7.091	6.981
	MI	8.904	6.932	6.991	6.874	8.815
	Edge	39.839	38.886	39.801	40.655	39.984
	$Q^{ABF}$	0.746	0.683	0.693	0.679	0.748

由上述各个算法对比的客观指标可以看出, 本文算法由于直接提取了源图像中清晰区域的像素点, 保留了源图像中较多的边缘, 方差等结构化信息, 因此互信息 MI 和空间结构相似度信息  $Q^{ABF}$  基本都是所有算法中最高的. 基于频域的算法在图像熵值 EI 和边缘强度值 Edge 略高于其他算法, 主要原因是基于频域的算法处理都会不同程度的在融合图像中引入假轮廓, 虚纹理和光晕等额外信息, 主观效果是有所下降的. 而本文算法的熵值和边缘强度更加真实的反映了图像中清晰的轮廓和纹理信息.

## 5 结论

本文讨论一种基于各向异性热扩散方程来估计图像深度信息的多聚焦图像融合算法. 通过建立图像光学成像的空间点扩散模型, 模拟其聚焦变化的各向异性热扩散方程, 然后估计图像场景的深度信息, 最后根据深度信息确定图像的多层次融合规则. 本文算法不仅可以消除传统空间域算法中出现的块效应, 并且能够克服频域算法中无法直接提取源图像中清晰像素点的缺陷, 使融合后的图像更多的保留源图像中清晰的边缘, 轮廓和细节信息, 同时图像的客观指标也有所提

高.

**致谢** 感谢武汉大学电子信息学院徐新教授对本文撰写提出的建设性意见.

## 参考文献

- [1] Haghghat M B A, Aghagolzadeh A, Seyedarabi H. Multi-focus image fusion for visual sensor networks in DCT domain [J]. Computers & Electrical Engineering, 2011, 37(5): 789 - 797.
- [2] 高雪妮, 玉振明, 张军, 李陶深. 基于多级分块迭代法的不同聚焦图像融合[J]. 电子学报, 2011, 39(3): 690 - 694. GAO Xue-ni, YU Zheng-ming, ZHANG Jun, LI Tao-shen. Multi-focus image fusion based on multi-level and iterative method [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(3): 690 - 694. (in Chinese)
- [3] Toet A. Image fusion by a ratio of low-pass pyramid [J]. Pattern Recognition Letters, 1989, 9(4): 245 - 253.
- [4] 李华锋, 柴毅, 张晓阳. 提升静态小波域内多聚焦图像融合算法[J]. 光电工程, 2011, 38(3): 131 - 144. LI Hua-feng, CHAI Yi, ZHANG Xiao-yang. Multi-focus image fusion algorithm in lifting stationary wavelet domain [J]. Opto-Electronic Engineering, 2011, 38(3): 131 - 144. (in Chinese)
- [5] 焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望[J]. 电子学报, 2003, 31(12A): 1975 - 1981. JIAO Li-cheng, Tan Shan. Development and prospect of image multiscale geometric analysis [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(12A): 1975 - 1981. (in Chinese)
- [6] 马苗, 万仁远, 尹义龙. 基于相似性灰关联的 Curvelet 域多聚焦图像融合[J]. 电子学报, 2012, 40(10): 1984 - 1988. MA Miao, WAN Ren-yuan, YIN Yi-long. Multi-focus image fusion based on grey relation of similarity in curvelet domain [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(10): 1984 - 1988. (in Chinese)
- [7] Li H F, Chai Y, Li X F. Multi-focus image fusion based on nonsubsampled contourlet transform and focused regions detection [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2013, 124(1): 40 - 51.
- [8] Zhang B H, Lu X Q, Jia W T. A multi-focus image fusion algorithm based on an improved dual-channel PCNN in NSCT domain [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2013, 124(20): 4104 - 4109.
- [9] 石智, 张卓, 岳彦刚. 基于 Shearlet 变换的自适应图像融合算法[J]. 光子学报, 2013, 42(1): 115 - 120. SHI Zhi, ZHANG Zhuo, YUE Yan-gang. Adaptive image fusion algorithm based on shearlet transform [J]. Acta Photonica Sinica, 2013, 42(1): 115 - 120. (in Chinese)
- [10] Pentland A P. A new sense for depth of field [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1987, 9(4): 523 - 531.

- [11] Chambolle A. Partial differential equations and image processing [A]. IEEE International Conference of Image Processing [C]. Austin, Texas: IEEE, 1994. 16 – 20.
- [12] Ziou D, Deschênes F. Depth from defocus estimation in spatial domain [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2001, 81(2): 143 – 165.
- [13] Favaro P, Mennucci A, Soatto S. Observing shape from defocused images [J]. International Journal of Computer Vision, 2003, 52(1): 25 – 43.
- [14] Rajagopalan A N, Chaudhuri S, Mudenagudi U. Depth estimation and image restoration using defocused stereo pairs [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(11): 1521 – 1525.
- [15] Favaro P, Soatto S. A geometric approach to shape from defocus [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(3): 406 – 417.
- [16] Favaro P, Soatto S, Burger M, et al. Shape from defocus via diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 30(3): 518 – 531.
- [17] Zhang Y Q, Ding Y, Xiao J S, et al. Visibility enhancement using an image filtering approach [J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2012, 2012(1): 1 – 6.
- [18] 肖进胜, 李佩, 易本顺, 等. 一种基于图像色调模型和分层模型的色调映射算法 [J]. 光电子·激光, 2013, 24(4): 812 – 819.
- XIAO Jin-sheng, LI Pei, YI Ben-shun, et al. A tone mapping algorithm based on image color appearance model and hierarchical model [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2013, 24(4): 812 – 819. (in Chinese)

- [19] Lewis J J, O' Callaghan R J, Nikolov S G, et al. Pixel- and region-based image fusion with complex wavelets [J]. Information Fusion, 2007, 8(2): 119 – 130.

### 作者简介



**涂超平** 男, 1990年2月出生, 出生于湖北孝感. 2012年于武汉大学获工学学士学位. 武汉大学电子信息学院硕士生. 主要研究方向: 计算机视觉.

E-mail: 781512827@qq.com



**肖进胜(通信作者)** 男, 1975年7月出生, 出生于湖北武汉. 博士, 武汉大学电子信息学院副教授. 主要研究方向: 视频图像处理、计算机视觉、多媒体网络通信.

E-mail: js\_xiao@tom.com

**杜康华** 男, 1991年生, 硕士研究生在读, 主要研究领域为数字图像处理.

**易本顺** 男, 1965年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为多媒体通信、无线网络通信.